

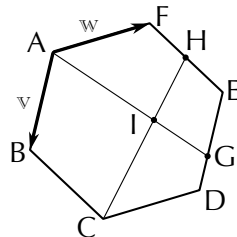
これまでの復習

2023

1 図の正六角形 ABCDEF において、 $\vec{AB} = \mathbf{v}$, $\vec{AF} = \mathbf{w}$ とします。

また、線分 DE を 1:2 に内分する点を G、線分 EF を 1:1 に内分する点を H とし、
2 直線 AG と CH の交点を I とします。

- (1) $\vec{BC}$ を $\mathbf{v}, \mathbf{w}$ を使って表してください。
- (2) $\vec{AG}$ を $\mathbf{v}, \mathbf{w}$ を使って表してください。
- (3) $\vec{CH}$ を $\mathbf{v}, \mathbf{w}$ を使って表してください。
- (4) $\vec{AI}$ を $\mathbf{v}, \mathbf{w}$ を使って表してください。



2 次の行列の逆行列を求めてください。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -5 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 7 & 3 & -4 \\ -12 & -5 & 7 \\ -8 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

3 3次元たてベクトル a, b, c に対して以下の等式を証明してください。

- (1) $a \cdot (a \times b) = 0$
- (2) $a \cdot (b \times c) = b \cdot (c \times a)$

4 次の行列式を計算して下さい。文字の入ったものは因数分解した形で答えてください。

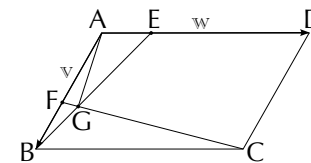
$$(1) \begin{vmatrix} a & b & b \\ a & b & a \\ b & a & a \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 100 & 101 & 102 \\ 101 & 102 & 103 \\ 102 & 103 & 104 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

2022

5 図の平行四辺形 ABCD において、 $\vec{AB} = \mathbf{v}$, $\vec{AD} = \mathbf{w}$ とします。

また、線分 AD を 1:4 に内分する点を E、線分 AB を 3:2 に内分する点を F とし、
2 直線 BE と CF の交点を G とします。

- (1) $\vec{CF}$ を $\mathbf{v}, \mathbf{w}$ を使って表してください。
- (2) $\vec{BE}$ を $\mathbf{v}, \mathbf{w}$ を使って表してください。
- (3) $\vec{AG}$ を $\mathbf{v}, \mathbf{w}$ を使って表してください。



6 直線 $ax + by + c = 0$ が単位円 $x^2 + y^2 = 1$ に接する条件を求めてください。

7 次の行列の逆行列を求めてください。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 37 & -15 \\ -10 & 12 \end{pmatrix}$$

8 次の計算を実行して下さい。ただし定義できないものは『定義されない』と答えてください。

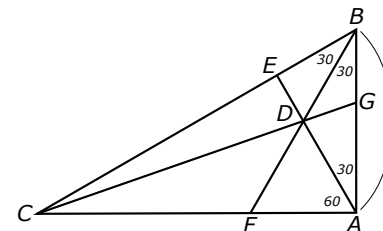
$$(1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

9 次の行列式を計算して下さい。文字の入ったものは因数分解した形で答えてください。

$$(1) \begin{vmatrix} ab & ca & a^2 \\ bc & ab & b^2 \\ ca & bc & c^2 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ 5 & -31 & -10 \\ 7 & 13 & -14 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ (b+c)^2 & (c+a)^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

2021

10 図の三角形 $\triangle ABC$ について以下の問いに答えてください。ただし、図の角度は 30 度、60 度を意味しています。



- (1) 線分の比が $BE : EC = 1 : 3$, $CF : FA = 2 : 1$ となることを説明してください。
- (2) $\vec{OD}$ を、 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ で表してください。ただし、 O はどこかにある原点とします、

11 次の行列の逆行列を (1) ははきだし法で、(2) は余因子もしくはクロス積 (外積) を使って求めて下さい。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

12 次の計算を実行して下さい。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

13 次の行列式を計算して下さい。ただし、(2) と (3) は因数分解した形で答えて下さい。

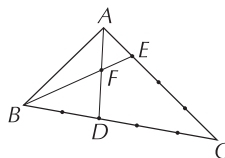
$$(1) \begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 8 \\ 2 & 5 & 11 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 2-m & -1 & 2 \\ -1 & 5-m & -1 \\ 2 & -1 & 2-m \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} s & s^2 & t+u \\ t & t^2 & u+s \\ u & u^2 & s+t \end{vmatrix}$$

2020

14 $\triangle ABC$ において次の問いに答えて下さい：

(1) 辺 BC を 2:3 に内分する点を D とした時、ベクトル $\vec{AD}$ をベクトル $\vec{AB}, \vec{AC}$ で表して下さい。

(2) 辺 CA を 3:1 に内分する点を E とし、線分 BE と線分 AD の交点を F とします。この時点 F の位置ベクトル $\vec{OF}$ を 3 頂点の位置ベクトル $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ で表して下さい。



15 次の行列の逆行列をはきだし法で求めて下さい：
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

16 次の計算を実行して下さい。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -3 & 3 & 1 \\ 2 & 11 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (4) {}^t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

17 次の行列式を計算して下さい。ただし (3) は因数分解した形で答えて下さい。

$$(1) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 12 & 3 & 0 \\ -8 & 7 & 6 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} \quad (3) \begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix}$$

昨年度までと異なる範囲の問題

基本演習 1 空間ベクトルである $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ と $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ について、(1)~(3) に

答えなさい。

(1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角度を求めよ。

(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に垂直で、大きさが $\sqrt{3}$ となるベクトル $\vec{c}$ を求めよ。

(3) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に 60° の角度をなし、大きさが $\sqrt{6}$ となるベクトル $\vec{d}$ を求めよ。

基本演習 2 3点 $O(0, 0, 0), A(1, 2, 1), B(2, 0, -1)$ がある。2つのベクトル $\vec{OA}, \vec{OB}$ で張られる平面上の点で点 $C(6, 1, 5)$ までの距離を最小にする点 X の座標を求めよ。

基本演習 3 xyz 空間内に 4 点 $A(1, 0, 2), B(-1, 1, 1), C(0, 2, 6), D(4, 2, -1)$ が与えられている。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 3 点 A, B, C を通る平面 π の方程式を求めよ。

(2) 平面 π と点 D の距離を求めよ。

(3) 点 D から平面 π に下ろした垂線の足 H の座標を求めよ。

基本演習 4 xyz 座標空間に 3 点 $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 2)$ があるとする。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) 2つのベクトル $\vec{CA}, \vec{CB}$ と直交するベクトルを求めなさい。

(2) 3 点 A, B, C を通る平面の方程式を求めなさい。

(3) (2) の平面に関して点 $D(0, 0, 1)$ と対称な点を E とする。点 E の座標を求めなさい。