

課題第12回

課題 12.1 xyz 座標空間に3点 $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 2)$ があるとする。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 2つのベクトル \vec{CA}, \vec{CB} と直交するベクトルを求めなさい。
- (2) 3点 A, B, C を通る平面の方程式を求めなさい。
- (3) (2) の平面に関して点 $D(0, 0, 1)$ と対称な点を E とする。点 E の座標を求めなさい。

課題 12.2 平行四辺形 $ABCD$ において、辺 AB を $1:1$ に内分する点を E 、辺 BC を $2:1$ に内分する点を F 、辺 CD を $3:1$ に内分する点を G とします。線分 CE と線分 FG の交点を P とし、線分 AP を延長した直線と辺 BC の交点を Q とするとき、比 $AP:PQ$ を求めてください。

課題 12.3 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めて下さい。

課題 12.4 次の行列式を計算してください。

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 7 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & -3 \end{vmatrix} \quad (2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

課題 12.5 2つの平行でない2次元ベクトル \mathbf{v}, \mathbf{w} はどちらも2つの2次対称行列 P, Q 両方の固有ベクトルであるとし、この時 PQ も対称行列である事を証明して下さい。

課題 12.6 行列 $M = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ で表現される一次変換を考えます。

点 $P_0(6, 0)$ をこの一次変換で移した点を P_1 とし、更にこの点 P_1 を同じ一次変換で移した点を P_2 とします：

$$\begin{aligned} \vec{OP_1} &= M\vec{OP_0} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vec{OP_2} &= M\vec{OP_1} = M^2\vec{OP_0}. \end{aligned}$$

同様に続ける事によって点列 $\{P_n\}$ が得られ、点 P_n の位置ベクトル $\vec{OP_n}$ は

$$\vec{OP_n} = M\vec{OP_{n-1}} = \dots = M^n\vec{OP_0}$$

となりますが、

- (1) 行列 M の固有値・固有ベクトルを求めて下さい。
- (2) 行列 M を対角化し、 M^n を求めて下さい。
- (3) 点 P_n の座標を求めて下さい。

課題 12.7 次の行列の固有値と固有ベクトルを求めてください。

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

出題：2月03日

出席者用提出期限：2月03日 講義終了時

欠席者用提出期限：2月10日 17時00分00秒

■当日欠席した場合の提出方法

出席者用提出期限を過ぎると、紙媒体での提出は受け付けません。
次のいずれか：

- 紙に書いたものを撮影・スキャン等する。
- 最初から電子ノートに書く。
- LaTeX等で作成する。

によって pdf ファイル、もしくは一般的な形式の画像ファイルを作成し、Teams で担当講師宛のチャットに添付する形で最終提出期限の時刻までに提出してください。担当講師名は『笠井剛』です。

ファイル名ではなく、画像ファイル内に必ず学科・番号・氏名を明記してください。

締め切り時刻を過ぎたものは受け取りません。通信の状況が変化する可能性もありますから、余裕をもって提出した方が良いでしょう。

疾病・怪我等で課題に取り組めるような状況でない場合は笠井まで連絡してください。別途考慮します。