

8 2変数関数の極限值 その1

■今日の講義内容

- 1 変数での極限值
- 2 変数での極限值、座標軸で片付く場合
- 2 変数での極限值、座標軸だけではダメな場合

■講義中にやらなければならない事

基本演習 1,2

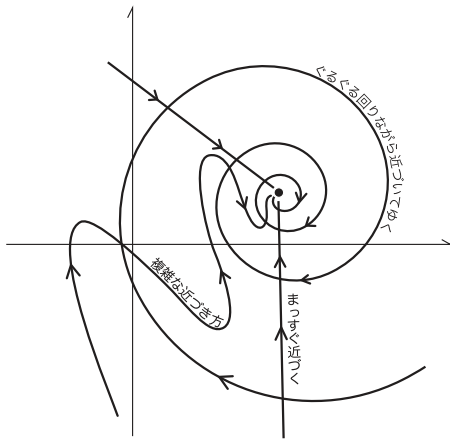
■講義終了後次回までにやらなければならない事

今日の講義全体を振り返り（特に話の流れに留意して）内容を把握し直すこと。

基本演習 3

重要事項

- 極限值と云うのは、“そこ”での値が知りたいわけではなく、むしろその“まわりで”どうなっているかを知りたいのです。
- 近づけ方によって収束値が違っている時は、極限値は存在しないと考えます。



まっすぐ近づいて行く近づき方にして
もどの方向からまっすぐなのか 360° ありますし、まっすぐ近づきだけが近づき方ではありません。ぐるぐる回りながら近づいたって良い訳ですし、もっと複雑な近づき方だってあるでしょう。

で、それら様々な近づき方の全てにおいて同じ値に収束していなければこれは2変数関数の極限値とは呼ばないのです。

Exercise

基本演習 1 次の極限値が存在するかどうか調べ、存在するならその値を求めて下さい。

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} \quad (2) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2} \quad (3) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

基本演習 2 次の極限値が存在するかどうか調べ、存在するならその値を求めて下さい。

$$(1) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^4 + y^4} \quad (2) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^2 + y}$$

基本演習 3 次の関数の $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ での極限値を求めて下さい。存在しない場合は存在しない事を証明して下さい。

$$(1) \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2} \quad (2) \frac{x^3}{x^2 + y^2} \quad (3) \frac{x^4}{x^2 + y^4} \quad (4) \frac{x^2}{2x + y}$$

$$(5) \frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3} \quad (6) \frac{x^2 y}{x^3 + y^3} \quad (7) \frac{x^4}{x^3 + y^3}$$