

8 ここまでの復習

8.1 2024S/S 定期試験から

問題 1 次の関数の導関数を教えてください。計算・根拠等は不要です。

(1) $\tan^{-1}x$ (2) $\cos^{-1}x$

問題 2 $\sin^{-1}x$ について以下の問いに教えてください、

- (1) 定義を書いてください。
 (2) $y = \sin^{-1}x$ のグラフの概形を描いてください。

問題 3 $\frac{0}{0}$ の不定型に関するロピタルの定理（ド・ロピタルの規則）とはどのような定理であるか、以下の（ア）、（イ）に当てはまる数式等を教えてください。

ロピタルの定理 (de l'Hopital's rule)

前提条件： (i) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

(ii) $f(x)$ 、 $g(x)$ は微分可能であって $g'(x) \neq 0$

(iii) （ア）が存在する

主張内容： （イ）が存在して、その値は （ア）に等しい

問題 4 次の極限值が存在するかどうか調べ、存在する場合はその値を求めてください。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{x^2}$$

問題 5 関数 $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$ の導関数の符号を調べ、 $f(x)$ の増減表を書いてください。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ は必要ですが、 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f'(x)$ は不要です。また凹凸も調べる必要はありません。

課題第 3 回

問題 1 関数 $\tan^{-1}x$ の定義を正確に述べてください。

問題 2 $\cos x$ の定義域を $\pi \leq x \leq 2\pi$ に制限したものの逆関数の導関数を求めてください。

問題 3 次の関数の導関数を求めてください。

$$f(x) = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

問題 4 x, y が次の関係式を満たすときに、 $\frac{dx}{dy}$ を x, y を使って表してください。ただし、微分不可能な点については気にしなくて結構です。

(1) $y = \log(x^2 + 1)$ (2) $\sqrt{x^2 - y} = y^2 - 2x - 1$

問題 5 次の極限值が存在するかどうか調べ、存在する場合はその値を求めてください。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \frac{1}{1-x^2}}{x^2}$ (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^{\frac{x^2}{1+x}}}$

問題 6 関数 $f(x) = xe^{1-x^2}$ の増減と凹凸を調べ、増減表とグラフの概形を描いてください。