

12 問題演習

12.1 確率の定義と性質 基本問題

演習問題 12.1 5個の文字 a、b、c、d、e を1列にでたらめに並べるとき、a と b が隣り合う確率を求めて下さい。

演習問題 12.2 袋の中に1から4までの数字が記された玉が3個ずつと、5から7までの数字が記された玉が2個ずつの計18個が入っています。この袋の中から1つの玉を取り出すとき、玉の数字が奇数である事象を A、1、2、3、4 のいずれかである事象を B とします。このとき、次の確率を求めて下さい。

- (1) $P(\bar{A})$ (2) $P(A \cap B)$ (3) $P(A \cup B)$

演習問題 12.3 1、2、3、4、5と書かれた5枚のカードをでたらめに並べて、5けたの数を作るとき、22000以下になる確率を求めて下さい。

演習問題 12.4 3通の手紙とそれに対応した宛名を書いた封筒がある。いま、でたらめに手紙を1通ずつ封筒に入れるとき、少なくとも1通は正しく入れられる確率を求めて下さい。

演習問題 12.5 3つのさいころを振るとき、出る目の最大値が6である確率を求めて下さい。

演習問題 12.6 トランプ52枚をよく切って2枚を抜くとき、2枚ともハートであるか、2枚とも絵札(J,Q,K)である確率を求めて下さい。

12.2 確率の定義と性質 応用問題

演習問題 12.7 2つのさいころを振って出る目の数をそれぞれ r_1, r_2 とします。

(1) $r_1 = r_2$ となる確率を求めて下さい。 (2) $r_1 > r_2$ となる確率を求めて下さい。

(3) $r_1 \neq r_2$ で $\text{Max}\{r_1, r_2\} = r$ となる事象を E_r とするとき、 $P(E_j)$ ($j = 1, \dots, 6$) を求めて下さい。

演習問題 12.8 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ のとき、次の確率を求めて下さい。

- (1) $P(A \cup B)$ (2) $P(A \cap \bar{B})$ (3) $P(\bar{A} \cup B)$

演習問題 12.9 3つの事象 A, B, C に対して次の等式が成り立つことを証明して下さい。

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

演習問題 12.10 1から100までの整数の中から、1つの数を任意に選び出したとき、その数が2の倍数または3の倍数または5の倍数である確率を求めて下さい。

演習問題 12.11 $P(A)P(B) > \frac{1}{4}$ のとき、A, B は互いに排反ではないことを証明して下さい。

12.3 いろいろな確率 基本問題

演習問題 12.12 A 中学校、B 中学校では、それぞれ、全生徒の $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}$ の者が塾に通っているという。くじ引きで A 中学校から15人、B 中学校から25人の生徒を選び、この中から1人の生徒を任意に選ぶとき

- (1) この生徒が A 中学校の生徒で、塾に通っている確率を求めて下さい。
(2) この生徒が塾に通っている確率を求めて下さい。

演習問題 12.13 赤玉4個と白玉2個が入っている袋の中から、1個ずつ5回玉を復元抽出するとき、次の事象の起こる確率を求めて下さい。

- (1) 赤玉が出ない。 (2) 赤玉が1回出る。 (3) 赤玉が2回以上出る。

演習問題 12.14 6本のくじの中に当たりくじが2本ある。A、B 2人が順に2本ずつ引くとき、次の確率を求めて下さい。ただし非復元抽出とします。

- (1) A も B も当たる。 (2) A がはずれ、B が当たる。 (3) B が当たる。

演習問題 12.15 赤玉2個、白玉6個の入っている袋と、赤玉3個、白玉9個の入っている袋からそれぞれ2個ずつの玉を同時に取り出すとき、赤玉が合計3個出る確率を求めて下さい。

演習問題 12.16 1つの箱に赤玉4個と白玉5個が入っている。A、B 2人が A から始めて交互に箱の中から玉を1つ取り出し、先に白玉を取り出した者を勝ちとします。A、B それぞれの勝つ確率を求めて下さい。ただし、非復元抽出とします。

12.4 いろいろな確率 応用問題

演習問題 12.17 2つの事象 A, B について、 A と B が互いに独立であれば、 A と \bar{B} も互いに独立であることを証明して下さい。

演習問題 12.18 AさんがBさんには見えないように大小2つのさいころを振り、Bさんが目の和が偶数であるかどうか当てるゲームをします。

(1) さいころの目の和が偶数である事象を U 、大きいさいころの目が 3 以下である事象を V 、小さいさいころの目が 3 以下である事象を W とするとき、 U と V 、 U と W は互いに独立であることを証明して下さい。

(2) Aさんは、(1)で示したことから、それぞれの目が 3 以下であるかどうかを教えても Bさんには有利にならないと考えました。この考えは正しいでしょうか。

演習問題 12.19 数直線上を動く点 P が原点の位置にあります。1個のさいころを振って、奇数の目が出たときには P を正の向きに 1 だけ進め、偶数の目が出たときには P を負の向きに 1 だけ進めます。さいころを 6 回振ったとき、 P の座標が 2 である確率を求めて下さい。

演習問題 12.20 10本のくじの中に当たりくじが 3 本あります。A、B、C の 3人がこの順番で誰かが当たるまで 1 本ずつ引いて行きます。

- (1) 非復元抽出する場合、それぞれの当たる確率を求めて下さい。
- (2) 復元抽出する場合、それぞれの当たる確率を求めて下さい。

演習問題 12.21 ある国では、男性 1000 人に 1 人の割合で、ある病気に感染していると言います。検査薬によって、感染していれば 0.98 の確率で陽性反応が出ます。ただし、感染していない場合にも、0.01 の確率で陽性の反応が出ると言います。さて、いま 1 人の男性に陽性反応が出たとして、この男性が感染者である確率はどれだけでしょうか。

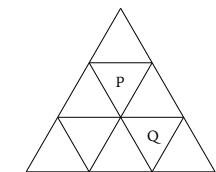
12.5 大学入試問題から

演習問題 12.22 [2007 神戸大] n を 3 以上の整数とする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) さいころを n 回投げたとき、出た目の数がすべて 1 になる確率を求めよ。
- (2) さいころを n 回投げたとき、出た目の数が 1 と 2 の 2 種類になる確率を求めよ。
- (3) さいころを n 回投げたとき、出た目の数が 3 種類になる確率を求めよ。

演習問題 12.23 [2013 東京工大] 6 個のさいころを同時に投げるとき、ちょうど 4 種類の目が出る確率を既約分数で表せ。

演習問題 12.24 [2012 東京大] 図のように、正三角形を 9 つの部屋に辺で区切り、部屋 P, Q を定める。1つの玉が部屋 P を出発し、1秒ごとに、そのままその部屋にとどまることなく、辺を共有する隣の部屋に等確率で移動する。玉が n 秒後に部屋 Q にある確率を求めよ。



演習問題 12.25 [2014 一橋大] 数直線上的点 P を次の規則で移動させる。一枚の硬貨を投げて、表が出れば P を $+1$ だけ移動させ、裏が出れば P を原点に対してもう一度移動させる。P は初め原点にあるとし、硬貨を n 回投げた後の P の座標を a_n とする。

- (1) $a_3 = 0$ となる確率を求めよ。
- (2) $a_4 = 1$ となる確率を求めよ。
- (3)* $n \geq 3$ のとき、 $a_n = n - 3$ となる確率を n を用いて表せ。